MATEMATIKA IPA PAKET B
KUNCI JAWABAN SOAL

1. **Jawaban : B**

Misalkan p: air sungai jernih
q: Tidak terkandung zat pencemar
r: Semua ikan tidak mati

Diperoleh :

Premis 1 : $p \Rightarrow q$

Premis 2 : $\sim r \Rightarrow \sim q \equiv q \Rightarrow r$

Kesimpulan : $p \Rightarrow r$

Jadi, kesimpulan dari premis-premis tersebut adalah "Jika air sungai jernih maka semua ikan tidak mati".

2. **Jawaban : D**

Misalkan : p: Semua sisi segitiga sama panjang
q: Semua sudut segitiga sama besar

pernyataan tersebut dapat ditulis "$p \Rightarrow q$" $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

Jadi, pernyataan yang ekuivalen adalah "ada sisi segitiga yang tidak sama panjang atau semua sudut segitiga sama besar".

3. **Jawaban : E**

$$\frac{(a^4b^3)^2c^{-3}}{(a^{-2}b^{-1}c^{-\frac{2}{3}}} = \frac{a^8b^6c^{-3}}{a^6b^3c^2} = \frac{a^{8-6}b^{6-3}}{c^{2+3}}$$

$$= \frac{a^2b^3}{c^5} = \frac{2^23^3}{6^5} = \frac{2^2\cdot 3^3}{(2\cdot 3)^5}$$

$$= \frac{2^2\cdot 3^3}{2^53^5} = \frac{1}{2^3\cdot 3^2} = \frac{1}{72}$$

4. **Jawaban : C**

$$\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{9\times 2+6\sqrt{6}+3\sqrt{6}+2\times 3}{9\times 2-4\times 3}$$

$$= \frac{18+9\sqrt{6}+6}{18-12}$$

$$= \frac{24+9\sqrt{6}}{6}$$

$$= \frac{8+3\sqrt{6}}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(8+3\sqrt{6})$$

5. Jawaban : E

$$^{6}\log 75 = \frac{^{2}\log 75}{^{2}\log 6} = \frac{^{2}\log(25 \times 3)}{^{2}\log(2 \times 3)} = \frac{^{2}\log 25 + {}^{2}\log 3}{^{2}\log 2 + {}^{2}\log 3}$$

$$= \frac{^{2}\log 5^{2} + a}{1 + a} = \frac{2 \cdot {}^{2}\log 5 + a}{1 + a} = \frac{2 \cdot \frac{1}{b} + a}{1 + a}$$

$$= \frac{\frac{2 + ab}{b}}{1 + a} = \frac{2 + ab}{b(1 + a)} = \frac{2 + ab}{b + ab}$$

6. Jawaban : B

Dari persamaan $x^2 – (m + 3)x + 3 = 0$ diperoleh:

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = m + 3$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 3$

$x_1 \cdot x_2^2 – x_1x_2 = ((x_1 + x_2) – 2x_1x_2) – x_1x_2$

$\Leftrightarrow 3m + 4 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2$

$\Leftrightarrow 3m + 4 = (m + 3)^2 - 3 \times 3$

$\Leftrightarrow 3m + 4 = m^2 + 6m + 9 - 9$

$\Leftrightarrow m^2 + 6m = 3m + 4$

$\Leftrightarrow m^2 + 3m - 4 = 0$

$\Leftrightarrow (m - 1)(m + 4) = 0$

$\Leftrightarrow$ m = 1 atau m = -4

Jadi, nilai m = -4 atau m = 1.

7. Jawaban : C

Dari persamaan kuadrat $x^2 + (2p – 12)x + p = 0$ diperoleh :

a = 1, b = 2p – 12, c = p

$D = b^2 – 4ac$

$= (2p – 12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot p$

$= 4p^2 – 48p + 144 – 4p$

$= 4p^2 – 52p + 144$

$= 4(p^2 – 13p + 36)$

$= 4(p – 4)(p – 9)$

Persamaan kuadrat menyinggung sumbu X jika D = 0.

$4(p – 4)(p – 9) = 0$

$\Leftrightarrow$ p – 4 = 0 atau p – 9 = 0

$\Leftrightarrow$ p = 4 atau p = 9

Jadi, nilai p yang memenuhi adalah p = 4 atau p = 9.

8. Jawaban : C

Misalkan x = Harga 1 kg manggis
y = harga 1 kg duku
z = harga 1 kg manga

Diperoleh sistem persamaan linear sebagai berikut.

$2x + 2y + 3z = 64.000$ . . . (1)
$3x + y + z = 42.500$ . . . (2)
$x + 2y + 2z = 47.500$ . . . (3)

Eliminasi y dari (1) dan (2).

$$\begin{array}{l|l|l} 2x + 2y + 3z = 64.000 & \times 1 & 2x + 2y + 3z = 64.000 \\ 3x + y + z = 42.500 & \times 2 & \underline{6x + 2y + 2z = 85.000 \ -} \\ & & -4x + z = 21.000 \quad \ldots (4) \end{array}$$

Eliminasi y dari (1) dan (3).

$$\begin{array}{l} 2x + 2y + 3z = 64.000 \\ \underline{x + 2y + 2z = 47.500 \ -} \\ x + z = 16.500 \quad \ldots (5). \end{array}$$

Eliminasi z dari (4) dan (5).

$$\begin{array}{l} -4x + z = -21.000 \\ \underline{x + z = 16.500 \ -} \\ -5x = -37.500 \\ \Leftrightarrow x = 7.500 \end{array}$$

$x = 7.500 \Rightarrow x + z = 16.500$
$\Leftrightarrow 7.500 + z = 16.500$
$\Leftrightarrow z = 9.000$
$3x + y + z = 42.500$
$\Leftrightarrow 3 \times 7.500 + y + 9.000 = 42.500$
$\Leftrightarrow 22.500 + y + 9.000 = 42.500$
$\Leftrightarrow y + 31.500 = 42.500$
$\Leftrightarrow y = 11.000$

$3x + y + 4z = 3 \times 7.500 + 11.000 + 4 \times 9.000$
$= 22.500 + 11.000 + 36.000$
$= 69.500$

Jadi, Bu Esti harus membayar Rp. 69.500,00

9. Jawaban : B

Menentukan titik potong garis x = -3 dengan lingkaran $L \equiv (x + 3)^2 + (y – 1)^2 = 16$.

Substitusi = -3 ke L.

$\Leftrightarrow (-3 + 3)^2 + (y - 1) = 16$

$\Leftrightarrow 0 + (y - 1)^2 = 16$

$\Leftrightarrow y - 1 = \pm 4$

$y – 1 = 4 \Leftrightarrow y = 5$

Titik potongnya (-3,5)

$y – 1 = -4 \Leftrightarrow y = -3$

Titik potongnya (-3,-3)

Persamaan garis singgung melalui (x_1, y_1) adalah $(x – a)(x_1 – a) + (y – b)(y_1 – b) = r^2$

Persamaan garis singgung melalui (-3,5).

$(x + 3)(-3 + 3) + (y – 1)(5 – 1) = 16$
$\Leftrightarrow 0(x + 3) + 4(y – 1) = 16$
$\Leftrightarrow y – 1 = 4$
$\Leftrightarrow y = 5$

Persamaan garis singgung melalui (-3, -3)

$(x + 3)(-3 + 3) + (y – 1)(-3 – 1) = 16$
$\Leftrightarrow 0(x + 3) + -(4)(y – 1) = 16$
$\Leftrightarrow y – 1 = -4$
$\Leftrightarrow y = -3$

Jadi, persamaan garis singgung y = -3 dan y = 5.

10. Jawaban :C

f(x) dibagi (x + 1) bersisa -2.
$f(x) = F_1(x)(x + 1) + (-2) \Rightarrow f(-1) = -2$
f(x) dibagi (x – 3) bersisa 7.
$f(x) = F_2(x)(x – 3) + 7 \Rightarrow f(3) = 7$
g(x) dibagi (x + 1) bersisa 3.
$g(x) = G_1(x)(x + 1) + 3 \Rightarrow g(-1) = 3$
g(x) dibagi (x – 3) bersisa 2.
$g(x) = G_2(x)(x – 3) + 2 \Rightarrow g(3) = 2$
Misal h(x) dibagi (x^2 – 2x – 3)bersisa ax + b.
$h(x) = H(x) (x^2 – 2x – 3) + (ax + b)$
$\Leftrightarrow h(x) = H(x)(x + 1)(x – 3) + (ax + b)$
$h(-1) =f(-1) \cdot g(-1) = -a + b$
$\Leftrightarrow (-2) \cdot (3) = -a + b$
$\Leftrightarrow -a + b = -6$ . . . (1)
$h(3) = f(3) \cdot g(3) = 3a + b$
$\Leftrightarrow 7 \cdot 2 = 3a + b$
$\Leftrightarrow 3a + b = 14$ . . . (2)
Eliminasi b dari (1) dan (2).
$-a + b = -6$
$\underline{3a + b = 14 \ \ -}$
$-4a = -20 \Leftrightarrow a = 5$
Substitusi a = 5 ke –a + b = -6
$\Leftrightarrow -5 + b = -6$
$\Leftrightarrow b = -1$
Diperoleh a = 5 dan b = -1
Jadi, sisa pembagiannya 5x -1.

11. Jawaban : B

$g(x + 1) = 2x – 1 \Leftrightarrow g(x + 1) = 2(x + 1) -3$
Diperoleh g(x) = 2x – 3
$(f \circ g)(x) = 2x + 2$
$\Leftrightarrow f(g(x)) = 2x + 2$
$\Leftrightarrow f(2x – 3) = 2x + 2$
$\Leftrightarrow f(2x – 3) = (2x – 3) + 5$
Diperoleh f(x) = x + 5

f(0) = 0 + 5 = 5. Jadi, nilai f(0) = 5.

12. Jawaban : C

Misalkan x = Banyak sapi yang dibeli

y = Banyak kambing yang dbeli

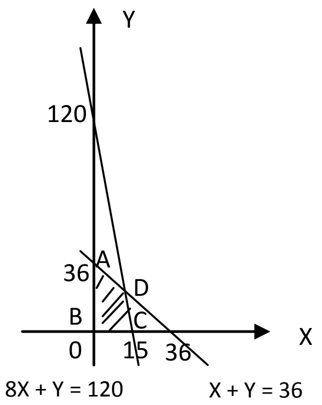
Ternak	Banyak	Harga (juta)	Keuntungan (juta)
Sapi Kambing	x y	8 1	1 0,5
Pembatas	36	120	

Diperoleh model Matematika:

$$\begin{cases} x + y \le 36 \\ 8x + y \le 120 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

Maksimumkan fungsi objektif: f(x,y) = x + 0,5y

Daerah penyelesaian SPtLDV:



Titik D merupakan perpotongan garis 8x + y = 120 dan x + y = 36.

Eliminasi y:

8x + y = 120

x + y = 36 -

7x = 84 $\Leftrightarrow x = \frac{84}{7} = 12$

Substitusi x = 12 ke x + y = 36.

$\Leftrightarrow$ 12 + y = 36

$\Leftrightarrow$ y = 36 – 12 = 24

Koordinat titik D(12, 24)

Uji titik pojok ke fungsi objektif f(x,y) = x + 0,5y

Titik Pojok	f(x,y) = x + 0,5y
A(0,36)	0 + 0,5 $\times$ 36 = 18
B(0,0)	0 + 0,5 $\times$ 0 = 0
C(15,0)	15 + 0,5 $\times$ 0 = 15
D(12,24)	12 + 0,5 $\times$ 24 = 24

Nilai maksimum f(x,y) adalah 24 juta.

Jadi, keuntungan maksimum yang diperoleh pedagang tersebut Rp. 24.000.000,00.

13. Jawaban : C

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$= \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{1-4}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= -\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -6 & 9 \\ 9 & -12 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Diperoleh $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

Dari kesamaan matriks diperoleh a = 2, b = -3, c = -3, dan d = 4.

a + b + c + d = 2 + (-3) + (-3) + 4 = 0

14. Jawaban : E

Oleh karena vektor $\vec{m}$ tegak lurus vektor $\vec{n}$, berlaku $\vec{m} \cdot \vec{n} = 0$.

$\Leftrightarrow$ (-2a) x (-a) + 4 x (-3) + (-2) x a = 0

$\Leftrightarrow$ $2a^2 - 12 - 2a = 0$

$\Leftrightarrow$ $a^2 - a - 6 = 0$

$\Leftrightarrow$ (a + 2) (a – 3) = 0

$\Leftrightarrow$ a = -2 atau a = 3

Oleh karena a > 0, maka a = 3.

$$2\vec{\ell} = 2\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{m} + \vec{n} = \begin{pmatrix} -2 \times 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$2\vec{\ell} \cdot (\vec{m} + \vec{n}) = (-6) \times (-9) + 2 \times 1 + 4 \times 1$$

= 54 + 2 + 4

= 60

15. Jawaban : B

Misal θ = sudut antara vektor $\vec{u}$ dan $\vec{v}$.

$$\cos \vec{\theta} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}$$

$$= \frac{(-1) \times 1 + 1 \times (-2) + 0 \times 2}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}}$$

$$= \frac{-3}{3\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\cos \theta = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

oleh karena cos θ bertanda negatif, maka $90^0 < \theta < 180^0$.

Dengan demikian, sin $\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Jadi, nilai sin $\theta = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.

16. Jawaban : A

$$\vec{AB} = \vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = \vec{c} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Panjang proyeksi vektor $\vec{AB}$ pada $\vec{AC}$ = Proyeksi skalar vektor $\vec{AB}$ pada $\vec{AC}$

$$= \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{\left|\vec{AC}\right|}$$

$$= \frac{5 \times 4 + (-5) \times (-3) + (-1) \times 5}{\sqrt{4^2 + (-3)^2 + 5^2}}$$

$$= \frac{20 + 15 - 5}{\sqrt{50}}$$

$$= \frac{30}{5\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{30}{10}\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

Jadi, panjang proyeksi vektor $\vec{AB}$ pada $\vec{AC}$ adalah $3\sqrt{2}$ satuan.

17. Jawaban : E

Koordinat bayangan titik T(-1,5) oleh transformasi yang diwakili matriks

$\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ adalah (x', y').

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+15 \\ -2-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 \\ -7 \end{pmatrix}$$

Diperoleh koordinat bayangan titik T adalah (-19,7).

Koordinat bayangan titik(19-7) oleh refleksi terhadap garis x = 8 adalah (2(8) – 19, -7) = (-3, -7). Jadi bayangan titik T adalah T'(-3, -7).

18. **Jawaban E** :

Misalkan $y = {}^3\log x$.

${}^3\log^2 x + {}^3\log x^2 - 8 > 0$

$\Leftrightarrow {}^3\log^2 x + 2\,{}^3\log x - 8 > 0$

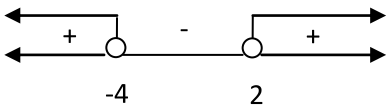
$\Leftrightarrow y^2 + 2y - 8 > 0$

$\Leftrightarrow (y + 4)(y - 2) > 0$

Pembuat nol :

y + 4 = 0 atau y – 2 = 0

$\Leftrightarrow$ y = -4 atau y = 2



$\Leftrightarrow$ y < -4 atau y > 2

$\Leftrightarrow {}^3\log x < -4$ atau ${}^3\log x > 2$

$\Leftrightarrow x < 3^{-4}$ atau $x > 3^2$

$\Leftrightarrow x < \frac{1}{81}$ atau $x > 9$

Syarat numerous: x > 0

Jadi, penyelesaiannya $0 < x < \frac{1}{81}$ atau x > 9.

19. Jawab : C

Grafik fungsi melalui titik (-1,0), (0,1), (1,3), dan (2,7).

$f(x) = 2^{x + a} + b$

$f(1) = 3 \Leftrightarrow 2^{1 + a} + b = 3$

$f(0) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{2^{0+a} + b = 1}{2^{1+a} - 2^{0+a} = 2} -$

$\Leftrightarrow 2 \cdot 2^a - 2^a = 2$

$\Leftrightarrow 2^a = 2$

$\Leftrightarrow a = 1$

$2^{1+a} + b = 3 \Leftrightarrow 2^2 + b = 3$

$\Leftrightarrow 4 + b = 3$

$\Leftrightarrow b = -1$

Jadi, nilai a = 1 dan b = -1

20. Jawaban : E

Diantara dua bilangan disisipkan 11 bilangan sehingga ada 13 bilangan. Bilangan-bilangan tersebut membentuk barisan aritmetika dengan $U_1 = 12$ dan $U_{13} = 108$.

$a = U_1 = 12$

$U_{13} = 108 \Leftrightarrow 12 + 2b = 108$

$\Leftrightarrow \quad 12b = 96$

$\Leftrightarrow \quad b = 8$

Sebelas bilangan yag disisipkan adalah 20, 28, 36, ..., 100.

Jumlah sebelas bilangan yang disisipkan = 20 + 28 + 36 + ... + 100

$$= \frac{11}{2}(20 + 100)$$

$$= \frac{11}{2}(120) = 660$$

21. Jawaban : D

Banyak batu bata pada setiap lapis membentuk barisan bilangan 12, 15, 18, ...

Barisan bilangan tersebut merupakan barisan aritmetika dengan a = 12 dan b = 3.

$$S_{18} = \frac{18}{2}(2a + (18-1)b)$$

$= 9(2(12) + 17(3))$

$= 9(24 + 51)$

$= 9(75) = 675$

Jadi, banyak batu bata adalah 675 buah.

22. Jawaban : A

Pantulan bola membentuk barisan geometri dengan a = 250 dan r = $\frac{3}{5}$.

Tinggi maksimum bola setelah pantulan keempat :

$$U_5 = ar^4 = 250 \times \left(\frac{3}{5}\right)^4 = 250 \times \frac{81}{625}$$

$$= 2 \times \frac{81}{5} = \frac{162}{5} = 32,4$$

Jadi, tinggi maksimum bola setelah pantulan keempat 32,4 cm.

23. Jawaban : C

Segitiga ABC siku-siku sama kaki sehingga

$$\angle BAB_1 = \angle B_1BB_2 = \angle B_2B_1B_3 = ... = 45^0$$

$$BB_1 = AB \sin \angle BAB_1 = 8 \times \sin 45^0 = 8 \sin 45^0$$

$$B_1B_2 = BB_1 \sin \angle B_1BB_2$$

$= 8 \sin 45^0 \text{ x } \sin 45^0 = 8(\sin 45^0)^2$

$$B_2B_3 = B_1B_2 \sin \angle B_2B_1B_3$$

$=8(\sin 45^0)^2 \text{ x } \sin 45^0 = 8 (\sin 45^0)^3$

Jumlah panjang sisi miring $AB + BB_1 + B_1B_2 + B_2B_3 + ...$ membentuk deret geometri dengan a =8 dan r = $\sin 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, sehingga :

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{8}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}} \times \frac{2}{2} = \frac{16}{2-\sqrt{2}} \times \frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$$

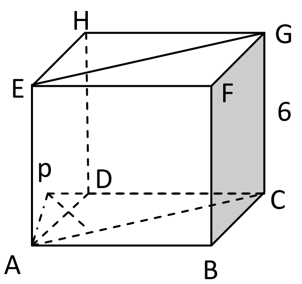
$$= \frac{16\,(2+\sqrt{2})}{4-2}$$

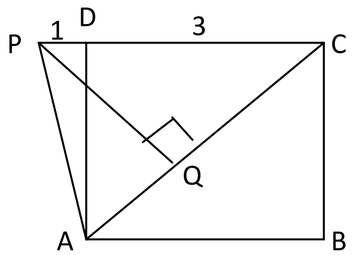
$$= \frac{16\,(2+\sqrt{2})}{2}$$

$$= 8(2+\sqrt{2})$$

Jadi, AB + BB_1 + B_1 + B_2 + B_2 B_3 + ... = $8(2+\sqrt{2})$ cm.

24. Jawaban : B





Jarak antara titik P ke bidang ACGE sama denga jarak antara titik P ke garis AC, yaitu panjang PQ. AC merupakan diagonal sisi, maka panjang AC = $6\sqrt{2}$ cm.

DP = $\frac{1}{3}$ CD = $\frac{1}{3}$ x 6 = 2 cm.

CP = CD + DP + 6 + 2 = 8 cm.

Luas segitiga ACP :

$\frac{1}{2}$ x AC x PQ = $\frac{1}{2}$ x CP x AD

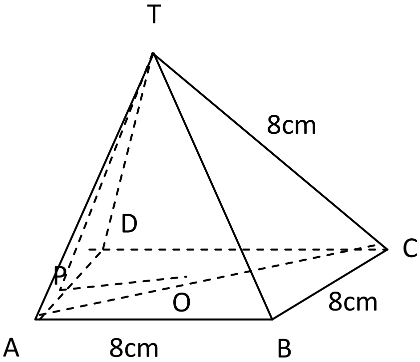
$\Leftrightarrow$ $\frac{1}{2}$ x $6\sqrt{2}$ x PQ = $\frac{1}{2}$ x 8 x 6

$\Leftrightarrow$ $3\sqrt{2}$ PQ = 24

$\Leftrightarrow$ PQ = $\frac{24}{3\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}\,cm$

Jadi, jarak dari titik P ke ACGE adalah $4\sqrt{2}$ cm.

25. Jawaban : E



Bidang TAD dan bidang ABCD berpotongan pada garis AD. P titik tengah AD, maka TP dan OP tegak lurus AD. Sudut antara bidang TAD dan bidang alas ABCD adalah TPO = α .

Segitiga ABC siku-siku di B, maka :

AC = $\sqrt{AB^2 + BC^2}$

= $\sqrt{64 + 64}$

= $\sqrt{128}$

= $8\sqrt{2}$ cm

AO = $\frac{1}{2}$ AC

= $\frac{1}{2}$ x $8\sqrt{2}$ =$4\sqrt{2}$ cm

Segitiga AOT siku=siku di O, maka :

OT = $\sqrt{AT^2 + AO^2}$

= $\sqrt{64 - 32}$

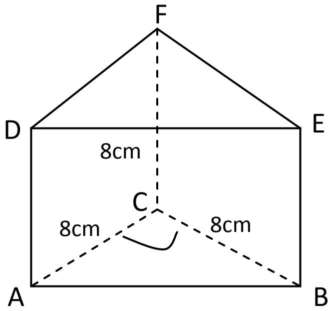
= $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ cm

PO = $\frac{1}{2}$ AB = $\frac{1}{2}$ x 8 = 4 cm

Segitiga POT siku-siku di O, berarti: tan $\alpha = \frac{QT}{PO} = \frac{4\sqrt{2}}{4} = \sqrt{2}$

Jadi, tangen sudut antara bidang TAD dan bidang alas ABCD adalah $\sqrt{2}$.

26. Jawaban : D



Perhatikan $\triangle$ ACB. Pada $\triangle$ ACB berlaku aturan kosinus sebagai berikut.

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2(AC)(BC) \cos \angle ACB$

$= 8^2 + 8^2 - 2(8)(8) \cos 120^0$

$= 64 + 64 + 64$

$= 192$

$AB = \sqrt{192} = 8\sqrt{3}$

Luas permukaan prisma = 2 luas alas + keliling alas x tinggi

$$= 2(\frac{1}{2} \times AC \times BC \times \sin 120^0) + (AB + BC + AC) \times CF$$

$$= 2(\frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{1}{2}\sqrt{3}) + (8\sqrt{3} + 8 + 8) \times 8$$

$$= 32\sqrt{3} + (16 + 8\sqrt{3}) \times 8$$

$$= 32\sqrt{3} + 128 + 64\sqrt{3}$$

$$= 128 + 96\sqrt{3}$$

Jadi, luas permukaan prisma $128 + 96\sqrt{3}$ cm^2.

27. Jawaban : D

$2 \cos 2x - \cos^2 x + \sin^2 x + 1 = 0$

$2(2 \cos^2 x - 1) - \cos^2 x + \sin^2 x + 1 = 0$

$4 \cos^2 x - 2 - \cos^2 x + \sin^2 x + 1 = 0$

$3 \cos^2 x + \sin^2 x - 1 = 0$

$3(1 - \sin^2 x) + \sin^2 x - 1 = 0$

$3 - 3 \sin^2 x + \sin^2 x - 1 = 0$

$2 - 2 \sin^2 x = 0$

$2 \sin^2 x = 2$

$\sin^2 x = 1$

$\sin x = \pm 1$

$\sin x = 1 = \sin \frac{\pi}{2}$

Penyelesaiannya:

$x = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi$

Untuk k = 0, maka $x = \frac{\pi}{2}$.

$\sin x = -1 = \sin \frac{3\pi}{2}$

Penyelesaiannya:

$x = \frac{3\pi}{2} + k \cdot 2\pi$

Untuk k = 0, maka $x = \frac{3\pi}{2}$

Jadi, himpunan penyelesaiannya $\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\}$

28. Jawaban : A

cos 75^0 + sin 105^0

$= \cos(45^0 + 30^0) + \sin(60^0 + 45^0)$

$= (\cos 45^0 \cos 30^0 - \sin 45^0 \sin 30^0) + (\sin 60^0 \cos 45^0 + \cos 60^0 \sin 45^0)$

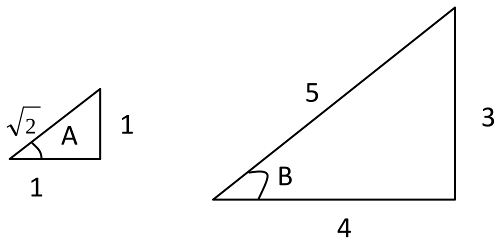
$= (\frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2})$

$= (\frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2}) + (\frac{1}{4}\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{2})$

$= \frac{1}{4}\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{6}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{6}$

29. Jawaban : E



sin A = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ sin B = $\frac{3}{5}$

cos A = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ cos B = $\frac{4}{5}$

$$\frac{\sin(A-B)}{\cos(A+B)} = \frac{\sin A \cos B - \cos A \sin B}{csA \cos B - \sin A \sin B}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{4}{5}\right) - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{3}{5}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{4}{5}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{5}\right)}$$

$$= \frac{\frac{4}{5\sqrt{2}} - \frac{3}{5\sqrt{2}}}{\frac{4}{5\sqrt{2}} - \frac{3}{5\sqrt{2}}} = 1$$

30. Jawaban : A

$$\lim_{x \to \infty} (2x + 3 - \sqrt{4x^2 - 2x} + 5)$$

$$= \lim_{x \to \infty} ((2x+3) - \sqrt{4x^2 - 2x + 5}) \times \frac{(2x+3) + \sqrt{4x^2 - 2x + 5}}{(2x+3) + \sqrt{4x^2 - 2x + 5}}$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{(2x+3)^2 - (4x^2 - 2x + 5)}{(2x+3)^2 + (4x^2 - 2x + 5}$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{(4x^2 + 12x + 9) - (4x^2 - 2x + 5)}{(2x+3) + \sqrt{4x^2 - 2x + 5}}$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{14x + 4}{(2x+3) + \sqrt{4x^2 - 2x + 5}}$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{14 + \frac{4}{x}}{(2 + \frac{3}{x}) + \sqrt{4 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}}}$$

$$= \frac{14 + 0}{(2+0) + \sqrt{4 - 0 + 0}}$$

$$= \frac{14}{2+2} = \frac{7}{2}$$

31. Jawaban : C

$$\lim_{x \to -2} \frac{(x^2 + 4x + 4)\cos(x+2)}{\cos(3x+6) - \cos(x+2)}$$

$$\lim_{x \to -2} \frac{(x+2)(x+2) cox\, (x+2)}{-2\sin(2x+4)\sin(x+2)}$$

$$\lim_{x \to -2} \frac{(x+2)(x+2)}{-2\sin\ 2(x+2)\tan(x+2)}$$

$$\lim_{x \to -2} \frac{(x+2)}{-2\sin\ 2(x+2)} \cdot \lim_{x \to -2} \frac{(x+2)}{\tan(x+2)}$$

$$= \frac{1}{-2 \cdot 2} \cdot 1 = -\frac{1}{4}$$

32. Jawaban : B

Waktu pembangunan = x hari

Biaya per hari = (150 - $\frac{1000}{x} - 3x$) juta

Biaya keseluruhan = B

B = (150 - $\frac{1000}{x} - 3x$)(x) juta

= 150x – 1.000 – 3x^2 juta

= -3x^2 + 150x – 1.000 juta

Biaya minimum tercapai pada saat $\frac{dB}{dx} = 0$

-6x + 150 = 0

6x = 150

x = 25

Biaya keseluruhan:

B = $-3x^2 + 150x - 1.000$ juta

= $-3(25)^2 + 150(25) - 1.000$ juta

= -1.875 + 3.750 – 1.000 juta

= 875 juta

Jadi, biaya minimumnya Rp. 875.000.000,00.

33. Jawaban : A

Integral parsial

Fungsi $4x^2 \cos^2 x$ dapat dipecah menjadi fungsi $2x^2$ dan $2\cos^2 x = 1 + \cos 2x$.

Fungsi $2x^2$ diturunkan sampai diperoleh nilai nol, sedangkan (1 + cos 2x) diintegralkan.

Diturunkan		Diintegralkan
$2x^2$		$1 + \cos 2x$
	+	$x + \frac{1}{2}\sin 2x$
$4x$	-	$\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}\cos 2x$
4	+	$\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{8}\sin 2x$
0		

$$\int 4x^2 \cos^2 x \, dx$$

$$= 2x^2(x + \frac{1}{2}\sin 2x) - 4x(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}\cos 2x) + 4(\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{8}\sin 2x) + C$$

$$= 2x^3 + x^2 \sin 2x - 2x^3 + x\cos 2x + \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}\sin 2x + C$$

$$= \frac{2}{3}x^3 + x\cos 2x + (x^2 - \frac{1}{2})\sin 2x + C$$

34. Jawaban :D

Integral parsial

Fungsi $\frac{x}{2\sqrt{(x-1)^3}}$ dapat dipecah menjadi fungsi $\frac{x}{2}$ dan $\frac{1}{\sqrt{(x-1)^3}} = (x-1)^{-\frac{3}{2}}$. Fungsi $\frac{x}{2}$ diturunkan sampai diperoleh nilai nol, sedangkan $(x-1)^{-\frac{3}{2}}$ diintegralkan.

Diturunkan		Diintegralkan
$\frac{1}{2}x$	+	$(x-1)^{-\frac{3}{2}}$
$\frac{1}{2}$	-	$-2(x-1)^{-\frac{1}{2}}$
0		$-4(x-1)^{\frac{1}{2}}$

$$\int_2^5 \frac{x}{2\sqrt{(x-1)^3}}\,\text{dx}$$

$$= \left[\frac{1}{2}x\cdot(-2(x-1)^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\cdot 4(x-1)^{\frac{1}{2}}\right]_2^5$$

$$= \left[-x(x-1)^{-\frac{1}{2}} + 2(x-1)^{\frac{1}{2}}\right]_2^5$$

$$= \left[-\frac{x}{\sqrt{x-1}} + 2\sqrt{x-1}\right]_2^5$$

$$= \left(-\frac{5}{\sqrt{5-1}} + 2\sqrt{5-1}\right) - \left(-\frac{2}{\sqrt{2-1}} + 2\sqrt{2-1}\right)$$

$$= \left(\frac{-5}{2} + 2\cdot 2\right) - (-2+2)$$

$$= -2\frac{1}{2} + 4 - 0$$

$$= 1\frac{1}{2}$$

35. Jawaban : B

$$\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\pi} 2\cos 2x \sin^2$$

$$= \int_{\frac{-\pi}{2}}^{\pi} \cos 2x \cdot 2\sin^2 x dx$$

$$= \int_{\frac{-\pi}{2}}^{\pi} \cos 2x(1-\cos 2x)dx$$

$$= \int_{\frac{-\pi}{2}}^{\pi} (\cos 2x - \cos^2 2x)dx$$

$$= \int_{\frac{-\pi}{2}}^{\pi} (\cos 2x - \frac{1}{2}(1+\cos 4x)dx$$

$$= \int_{\frac{-\pi}{2}}^{\pi} (\cos 2x - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 4x)dx$$

$$= \left[\frac{1}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}\sin 4x\right]_{\frac{-\pi}{2}}^{\pi}$$

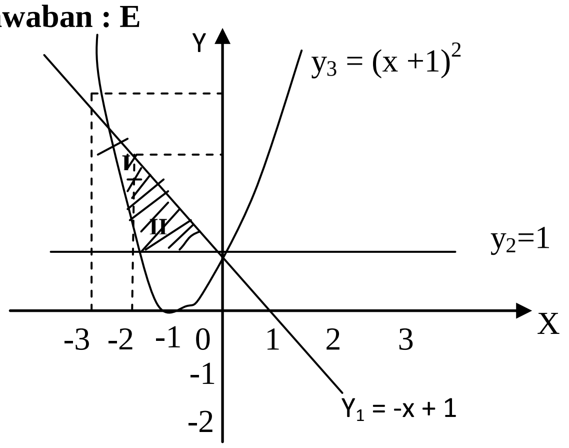
$$= \left(\frac{1}{2}\sin 2\pi - \frac{1}{2}\pi - \frac{1}{8}\sin 4\pi\right) - \left(\frac{1}{2}\sin(-\pi) + \frac{1}{4}\pi - \frac{1}{8}\sin(-2\pi)\right)$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 0 - \frac{1}{2}\pi - \frac{1}{8}\cdot 0 - \frac{1}{2}\cdot 0 - \frac{1}{4}\pi + \frac{1}{8}\cdot 0$$

$$= -\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{4}\pi$$

$$= -\frac{3}{4}\pi$$

36. Jawaban : E



Daerah yang diarsir terbagi menjadi daerah I dan II. Daerah I dibatasi kurvay = $(x + 1)^2$, garis y = -1 + x, dan x = -2. Daerah II dibatasi garis y = -x + 1, y = 1, dan x = -2.

$L = L_I + L_{II}$

$$= \int_{-3}^{-2} (y_1 - y_3)\,dx + \int_{-2}^{0} (y_1 - y_2)\,dx$$

$$= \int_{-3}^{-2} (-x + 1 - (x + 1)^2\,dx + \int_{-2}^{0} (-x + 1 - 1)\,dx$$

$$= \int_{-3}^{-2} -x + 1 - (x^2 + 2x + 1)\,dx + \int_{-2}^{0} (-x)\,dx$$

$$= (\int_{-3}^{-2} (-x^2 - 3x)\,dx + \int_{-2}^{0} (-x)\,dx$$

$$= \left[-\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right]_{-3}^{-2} - \left[\frac{1}{2}x^2 \right]_{-2}^{0}$$

$$= -\frac{1}{3}((-2)^3 - (-3)^3) - \frac{3}{2}((-2)^2 - (-3)^2) - \frac{1}{2}(0^2 - (-2)^2)$$

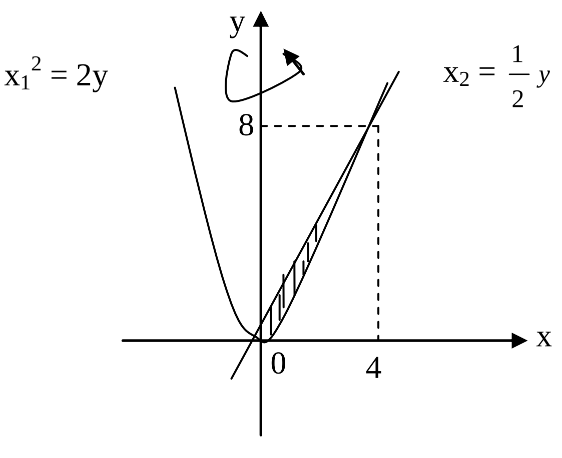
$$= -\frac{1}{3}(-8 + 27) - \frac{3}{2}(4 - 9) - \frac{1}{2}\cdot(-4)$$

$$= -\frac{1}{3}\cdot 19 - \frac{3}{2}(-5) + 2$$

$$= -\frac{19}{3} + \frac{15}{2} + 2$$

= 3 $\frac{1}{6}$ satuan luas

37. Jawaban : C



$$= \pi \int_0^8 (x_1^2 - x_2^2)\, dy$$

$$= \pi \int_0^8 (2y - (\frac{1}{2} y)^2)\, dy$$

$$= \pi \int_0^8 (2y - \frac{1}{4} y^2)\, dy$$

$$= \pi \left[y^2 - \frac{1}{12} y^3 \right]_0^8$$

$$= \pi ((8^2 - 0^2) - \frac{1}{12}(8^3 - 0^3))$$

$$= \pi (8^2 - \frac{1}{12} \cdot 8 \cdot 8^2)$$

$$= 8^2 \pi (1 - \frac{8}{12})$$

$$V = 64\pi \cdot \frac{1}{3}$$

$$= 21\frac{1}{3}\pi \text{ satuan volume}$$

38. Jawaban : D

2 siswa putra dan 1 siswa putri sudah dipilih maka siswa yang belum terpilih 3 siswa putra dari 6 siswa putra dan 2 siswa putri dari 9 siswa putri.

Banyak cara memilih. $= {}_6C_3 \cdot {}_9C_2$

$= 20 \cdot 36$

$= 720$

39. Jawaban : B

Banyak data = N = 39

Median = nilai data ke-$\frac{1}{2}$(39 + 1)

= nilai data ke-20

Median pada interval kelas yang mempunyai tepi bawah 149,5 dan tepi atas 154,5.

L_2 = 149,5

$\sum$ **f_2 = 15**

f_2 = 10

c = 154,5 -149,5 = 5

$$\text{Median} = L_2 + \left(\frac{\frac{1}{2}N - \Sigma f_2}{f_2} \right) \times c$$

$$= 149{,}5 + \left(\frac{\frac{1}{2}N - \Sigma f_2}{10} \right) \times c$$

$= 149{,}5 + \frac{4{,}5}{2}$

$= 149{,}5 + 2{,}25$

$= 151{,}75$

40. Jawaban : A

Banyak soal yang dapat dipilih = 14 – 3 = 11.

Banyak soal yang harus dipilih = 7 – 3 = 4.

Banyak soal bernomor ganjil yang dapat dipilh = 5.

Peluang soal bernomor ganjil dipilih siswa

$= \frac{{}_{5}C_{4}}{{}_{11}C_{4}}$

$= \frac{5}{330}$

$= \frac{1}{66}$